

# 게임모델과 응용

전략과 관련한 몇 가지 이야기....

자존심 대결

내 손을 묶는 전략과 배수의 진

모르는 것이 약이다

비대칭정보와 signal

"Diamond is forever!"

도덕적 해이와 역선택, 보험시장

Duke대 학생의 거짓말

## 간단한 게임

- 0~100 사이 임의의 숫자를 적어낸다
- 사람들이 적어낸 숫자의 평균값의  $\frac{1}{2}$ 에 가장 가까운 사람이 상을 받는다
- 당신은 어떤 숫자를 선택할 것인가?

이 게임의 교훈은?

## 게임이론(Game Theory)이란?

사람들이 **전략적 상황(strategic situation)**에서 어떻게 행동하는가를 분석하고 예측하는 이론

**전략적 상황:** 어떤 행동을 할 때 상대방의 반응과 대응을 계산에 넣어야 하는 상황. 나의 행위와 상대방의 반응이 함께 결과를 만들어 내는 상황

게임모델(game model): 게임이론을 바탕으로 일정한 가정 하에 특정한 상황을 설명하기 위해 만든 단순화 현실

<게임이론(모델)을 학습해야 하는 이유?>

- 인간의 행위는 거의 전략적 행위이다
- 조직(국가, 기업, 단체 등)의 행위도 거의 전략적 행위이다
- 어떤 전략이 합리적인가?
- 합리적인 인간(조직)이라면 어떻게 행동하는가를 예측
- 정책은 어떻게 디자인되어야 효과적일까를 알려줌

# 인간의 사고와 행위를 규제하는 두 가지 힘: 합리성 VS. 비합리성

<인간에 대한 가정이 달라지면 모형도 달라짐>

합리적(이성적)



비합리적(비이성적)



게임모형은 인간의 합리성을 가정

<게임모형의 일반적인 가정>

- 사람은 자신에게 주어진 선택대안들(options)을 알고 있다
- 자신의 효용함수를 알고 있다 (무엇을 좋아하고 무엇을 싫어하며 얼마만큼 좋아하고 싫어하는지 안다)
- 자신의 이익을 극대화하려 한다 (효용 극대화, 비용 최소화)
- 자신이 합리적인 만큼 상대방도 합리적이라는 것을 안다
- 게임의 규칙을 알고 있다

## 게임이론의 역사

- 1944년 Von Neumann (1903-57)과 Oskar Morgenstern의 「Theory of Games and Economic Behavior」가 최초의 게임이론서
- Von Neumann은 1930년대 미국으로 이민한 헝가리 출신의 수학자
- Oskar Morgenstern은 Princeton대학의 경제학교수



- Von Neumann은 2차대전 중 맨하탄 프로젝트(원자탄 개발 프로젝트)에서 크게 기여. 또한 그는 컴퓨터이론에서도 공헌. 말년에는 암으로 휠체어에 의존했는데 그가 원폭실험의 방사선 노출의 희생자가 아닌가 하는 추측이 있음.
- Von Neumann은 갑의 최선의 행동은 갑의 행동에 대한 을의 반응에 따라 좌우되는 포커와 같은 상황에서 갑과 을이 어떻게 행동해야 하는 문제에 처음으로 관심을 가짐

- Von Neumann은 영합게임(zero-sum game)에 관심을 가져, Maximin전략이 영합게임에서 합리적인 행동전략이라 주장. 그러나 현실에서는 영합게임의 적용범위가 좁아 비영합게임이 연구대상으로 떠오름. 비영합게임에서는 Nash가 게임에서의 균형개념을 개발함으로써 현대 게임이론의 발전의 발판을 마련함.
- 2차 세계대전 후 게임이론은 대륙간 핵전쟁에 관한 연구를 담당한 미공군의 파생기업인 Rand Corporation(R and D를 나타냄)에서 집중적으로 연구됨. 이 회사에서 Von Neumann은 , John Nash, Duncan Luce, Howard Raiffa같은 초기의 게임이론가들이 연구함.

- Rand Corporation에서는 용의자의 딜레마(prisoners' dilemma)게임에 대한 실험으로 Nash 균형개념을 검증하려는 시도 (Flood와 Dresher의 실험).
- 당시 Rand Corporation은 일반인들 사이에서 대륙간 핵전쟁과 같은 '상상도 못할 일을 생각하는 곳'(thinking the unthinkable)으로 알려졌으며, 게임이론은 별로 명예롭지 못한 이론으로 취급. 따라서 1950년대 게임이론은 인기가 별로 없었음.
- 1970년대까지 약 20여년간 게임이론은 크게 주목 받지 못하다가 1980년대 이후 중요성이 인식되고 크게 발전함.

# Nobel 경제학상 수상자

- 1994년  
John Nash  
John Harsanyi  
Reinhard Selten
- 2005년  
Robert Aumann -반복게임  
Thomas Schelling – 정치/외교/경제에 응용
- 2007년  
Roger Myerson – Nash균형의 refinement, 분쟁/갈등의 해석  
Leonid Hurwicz – Incentive compatibility 개념 도입  
Eric Maskin

## <게임의 요소>

경기자 (Player)

규칙 (Rules)

전략 (Strategy)

보수 (Payoffs)

## <전략인가 계획인가?>

- 전략은 전략적 상황에서의 계획을 의미
- 상황에 따른 행동계획(contingency plan)

## <게임의 분류>

- 경기자 수에 따른 분류
  - n명 게임
- 경기자 행동순서에 따른 분류
  - 동시선택게임, 순차게임
- 정보에 따른 분류
  - 불/완전정보 게임, 불/완비정보 게임
- 보수의 분배 방식에 따른 분류
  - 영합게임, 양합게임, 음합게임
- 반복여부에 따른 분류
  - 일회게임, 반복게임(유한/무한)
- 협조여부에 따른 분류
  - 협조게임, 비협조게임

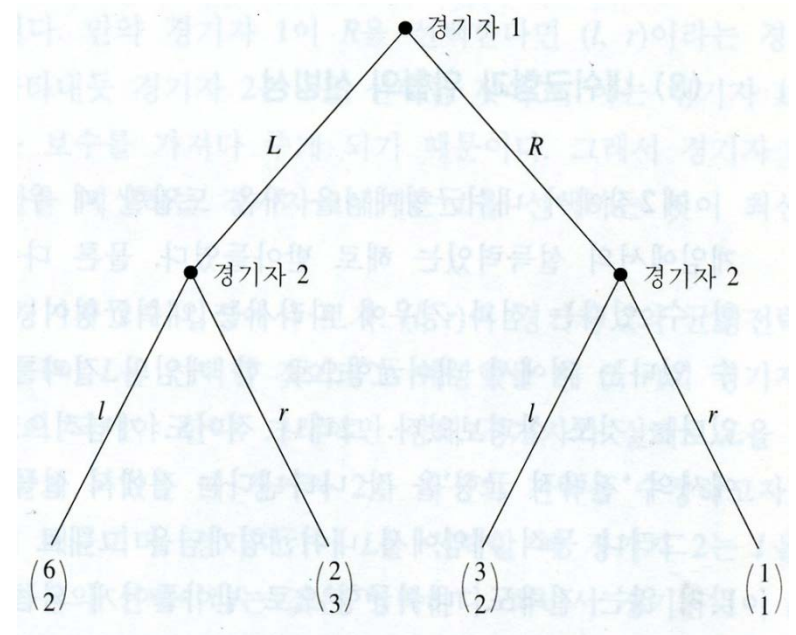
## <게임의 표현 방식>

### 정규형식

		을	
		L	R
갑	U	-1, 3	5, 12
	D	3, -2	10, 5

동시선택게임에 편리

### 확장형식



순차게임에 편리

## 게임의 해와 우월전략

해(solution): 합리적인 경기자(player)가 선택할 대안

**우월전략**: 상대방이 어떤 선택(혹은 반응)을 하는 것과 상관 없이 가장 높은 보수를 가져다 주는 선택을 하는 것

<예> 다음 동시선택게임에서 갑과 을의 우월전략은?

		을	
		L	R
갑	U	-1, 3	5, 12
	D	3, -2	10, 5



우월전략균형(dominant strategy equilibrium)

각 경기자의 우월전략으로 이루어진 선택 쌍 (D, R)

다음 게임의 해?

을

갑

	L	M	R
U	5, 1	8, 3	11, 12
D	6, 4	10, 5	14, 1

## 열등전략의 반복적 소거에 의한 해

		을		
		L	M	R
갑	U	4, 3	2, 7	0, 4
	D	5, 5	5, -1	-4, -2

다음의 동시선택게임의 해를 구하시오

		을		
갑		L	M	R
	U	4, 6	18, 10	9, 11
	M	3, 12	5, 16	6, 10
	D	10, 8	14, 14	3, 1

다음의 동시선택게임의 해를 구하시오

을

갑

	B1	B2	B3	B4
A1	2, 3	-1, 2	1, 0	3, 1
A2	1, 0	0, 4	3, -1	2, 3
A3	4, 1	0, 3	2, 4	0, 0
A4	3, 2	1, 4	4, 3	1, 2

## <교 훈>

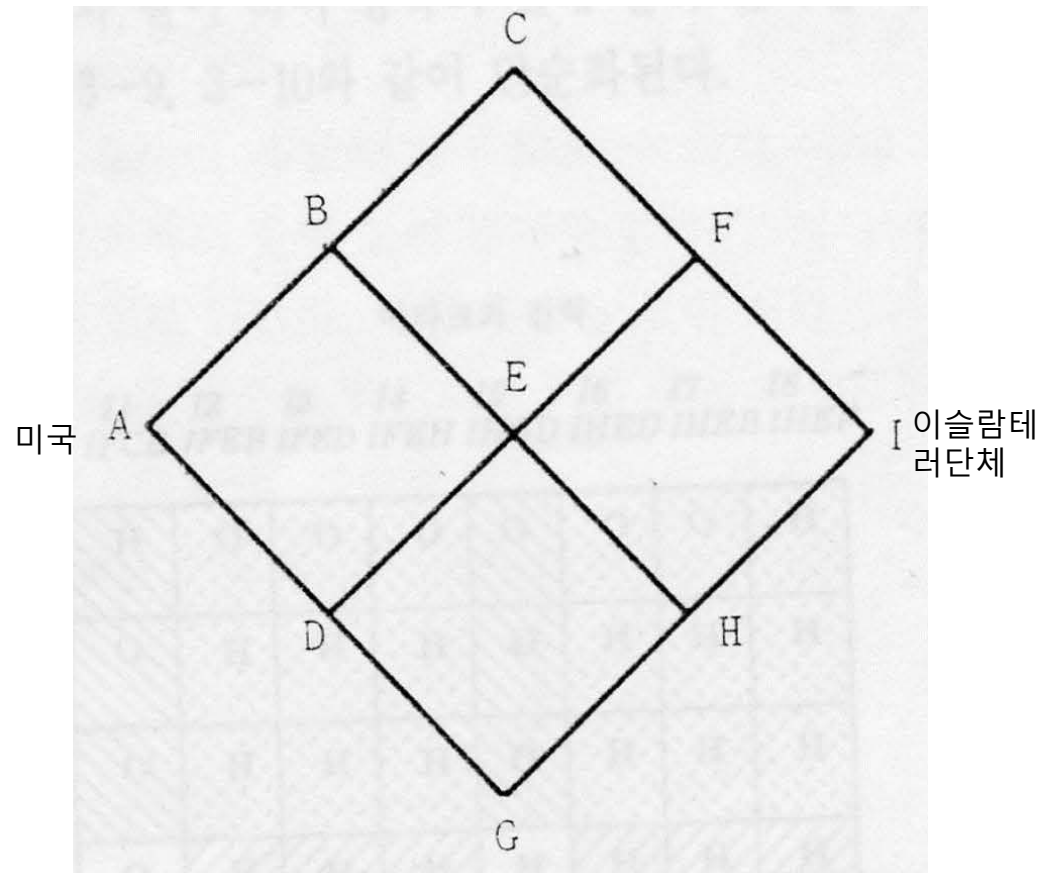
- 우월전략이 있는지 체크하라
- 우월전략이 있으면 그것을 선택
- 나의 우월전략이 없으면 상대방의 우월전략이 있는가 체크  
(상대방 입장에서 생각하라. 나만 똑똑한 게 아니다)
- 상대방의 우월전략이 있다면, 상대방은 그것을 선택할 것이므로  
상대의 행동 예측가능
- 예측된 상대의 행동에 따라 나의 보수를 극대화하는 대안 선택
- 우월전략이 없으면 소거할 열등전략이 있나 체크하라

## 과제: 미국과 이슬람테러단체의 최적 미사일 경로는?

- 이슬람테러단체는 I 지점에서 A지점으로 미사일 발사
- 미사일 궤도는 발사시점에 프로그램화. 20초마다 직각으로 방향 전환 가능
- 격자 사이의 거리는 모두 동일하며 격자 사이 거리의 미사일 비행시간은 20초

- 미국은 미사일 발사를 즉시 감지하여 요격 미사일 발사
- 요격미사일도 이슬람테러단체의 미사일과 마찬가지로 직각 방향 전환 가능, 동일 속도
- 요격 미사일은 1분간 비행 가능. 즉 3개의 격자 거리 이내에서 요격하지 못하면 미군은 피해발생

- 최초 1분간의 경로가 성패 좌우. 두 나라는 20초 격자구간의 3구간에 대한 예상을 하고 행동해야 함



우월전략/열등전략이 존재하지 않는 경우에는 새로운 개념이 필요

		을	
		L	M
갑	U	2, 1	0, 0
	D	0, 0	1, 2

### 내쉬균형(Nash equilibrium)

모든 경기자들이 어떤 선택을 하고 있다. 다른 사람들의 선택이 안 바뀌는 이상 나도 선택을 변경하고 싶지 않다고 모든 사람들이 생각하면 원래의 상황은 내쉬균형이다

모든 경기자들이 다른 경기자들이 어떤 선택을 할 것인지를 예상하고 그 예상에 근거하여 자신에게 가장 유리한 선택을 했는데, 결과적으로 모든 경기자들의 예상이 적중하는 상태

다른 사람들(상대방)의 선택을 알게 되었다 하더라도 자신이 이미 선택한 것을 바꾸고자 하는 마음이 없는 상태

경기자들이 합리적이라면 어떠한 선택을 할 것인가? 우월전략이 있는 경우는 당연히 우월전략균형이 실현될 것이다. 그러나 우월전략이나 소거할 열등전략이 없는 경우에는 경기자들의 선택을 예상하기가 쉽지 않다. 따라서 어떤 게임에서든 보편적으로 적용할 수 있는 결과에 대한 조건이 필요한데, 이 조건을 만족하는 상태가 바로 내쉬균형이다.

그렇다면 보편적 조건이란 무엇인가? 다른 경기자가 현재의 전략을 고수한다는 가정하에 내가 현재의 전략을 다른 전략으로 바꿀 인센티브가 없어야 한다는 조건이다. 이러한 조건이 만족되지 않는 선택을 합리적인 경기자가 할 리 없다는 것이다.

만일 경기자들 중 누군가가 현재의 전략을 버리고 다른 전략을 취함으로써 자신의 보수를 높일 수 있다면 현재의 상황은 불안정적일 수 밖에 없다. 반면에 그 누구도 현재 전략으로부터 이탈할 인센티브가 없다면, 이들 전략의 결과인 현재의 상황은 흔들리지 않는 안정성을 가질 것이다. 이와 같이 현재의 상황에서 어떠한 경기자도 이탈할 인센티브가 없는 안정적 상태를 내쉬균형이라 한다.



이 게임의 내쉬균형전략은?

		을	
		L	M
갑	U	2, 1	0, 0
	D	0, 0	1, 2

내쉬균형전략은 존재하지 않을 수도 있고, 복수가 존재할 수도 있다

다음의 동시선택게임의 내쉬균형전략을 구하시오

		을	
갑		L	R
	U	4, 6	2, 3
	M	2, 1	3, 7
	D	5, 0	0, 9

내쉬균형이 존재하지 않는 예

을

갑

	L	R
U	0, 0	0, -1
D	1, 0	-1, 1

## 내쉬균형 연습

	C	D
A	3, 4	1, 5
B	2, 10	2, 15

## 내쉬균형 연습

		을	
		L	R
갑	U	1, 3	4, 6
	M	3, 7	2, 1
	D	0, 9	5, 0

## 내쉬균형 연습

독점기업(기업2)이 신규진입기업(기업1)에 대해 어떻게 대응할 것인가?

신규진입기업은 진입을 감행할 것인가?

		기업2	
		진입수용	출혈경쟁
기업1	진입	5, 5	0, 0
	포기	3, 9	3, 9

## 내쉬균형 연습

		기업2	
		공격적 경영 (생산용량확장)	방어적 경영 (현재용량 유지)
기업1 (지배적기업)	공격적 경영 (생산용량확장)	125, 45	165, 50
	방어적 경영 (현재용량 유지)	150, 65	180, 60

내쉬균형 연습

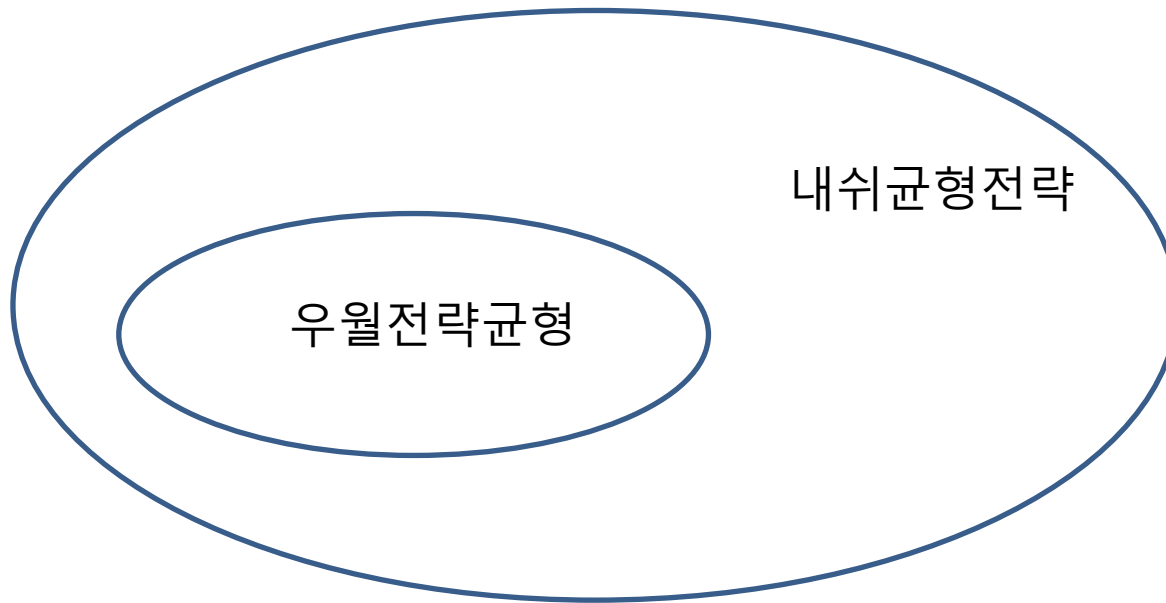
을

갑

	B1	B2	B3
A1	10, 10	0, 0	5, 11
A2	5, 0	1, 1	7, 0
A3	0, 15	0, 0	14, 14



## 내쉬균형과 우월전략균형의 관계



복수의 내쉬균형이 존재하는 경우 어떤 균형이 발생???

- 내쉬균형의 한계: 복수의 균형에서 어떤 균형이 발생할지 예측이 어려움

Thomas Schelling의 초점(focal point) 개념

		을			
		A	B	C	D
갑	A	1, 1	0, 0	0, 0	0, 0
	B	0, 0	1, 1	0, 0	0, 0
	C	0, 0	0, 0	1, 1	0, 0
	D	0, 0	0, 0	0, 0	1, 1

네 개의 내쉬균형 중에서 어떤 것이 실현될지 이론적 해답은 없다. 내쉬균형은 실현 가능한 결과들을 열거할 뿐이다.

실험결과에 의하면 거의 예외 없이 (A, A)균형이 실현되었는데, 이는 초점이다.

경기자들은 초점에 의해 특정한 내쉬균형을 노린다. 공유하는 문화적 환경, 분위기, 가치, 관습, 역사 등에 의해 초점이 결정된다

두 사람이 내일 오후에 대구 백화점 앞에서 만나기로 약속했다. 만나는 시간은 정하지 않았다. 두 사람은 몇 시를 선택해 나타날까? 내쉬균형 전략은?

당신이 생각하는 초점은?

복수의 내쉬균형이 존재하는 경우 어떤 균형이 발생할 것인가, 어떤 균형이 더 설득력이 있는가? 어떤 균형은 설득력이 없는가?

내쉬균형개념의 여러 **refinement(정교하게 개선한)**가 개발

- 보수 우위 (payoff dominance)

- 위험 우위 (risk dominance)

- 내쉬균형을 노리지만 선택에서 실수할 가능성 감안  
(trembling hand strategies)

- 진화적으로 안정적인 전략 (evolutionarily stable strategies)

- 공약, 위협, 선제행동...

# 보수우위, 위험우위 Payoff dominance & Risk dominance

복수의 내쉬균형 중 어떤 것이 실현될까? 이 문제를 해결하기 위해 Harsanyi와 Selten (1988)은 보수우위와 위험우위라는 개념을 제시했다. 보수우위(payload dominance)는 한 내쉬균형이 다른 내쉬균형보다 파레토(Pareto) 우월인 경우 그 내쉬균형은 보수우위에 있다는 개념이다. 공식적 정의는 다음과 같다. (A, B), (C, D)가 내쉬균형에서의 보수라 하자. 만약  $A \geq C$ ,  $B \geq D$ 이고, 이 두 식 중 적어도 하나의 식이  $A > C$  이거나  $B > D$ 이면 (A, B)를 주는 전략은 (C, D)를 주는 전략에 비해 보수우위가 있다.

<예> 다음 게임의 내쉬균형 (사냥, 사냥), (채취, 채취) 중 (사냥, 사냥)은 (채취, 채취)에 비해 보수우위 균형이다. 합리적인 경기자들은 보수우위 균형을 노릴 것이다.

	사냥	채취
사냥	5, 5	0, 4
채취	4, 0	2, 2

그러나 이러한 논리만으로 (사냥, 사냥)이라는 결과가 발생할 것이라고 단정하기 어렵다. 내가 사냥을 선택함으로써 5라는 높은 보수를 얻기 위해서는 상대방의 '협조'가 필요하다. 만약 상대방이 채취를 선택한다면 ((사냥,채취)도 상대방은 4라는 비교적 높은 보수를 얻는다), 나의 보수는 0이 되어버린다. 이런 상황에서 상대방이 '협조'할 것이라는 확신을 얼마나 할 수 있을까? 내가 상대방의 행동을 의심하듯이 상대방도 나의 행동을 의심할 것이고 안전한 선택은 '채취'라는 생각을 하지 않을까? 차라리 안전하게 (채취, 채취)를 노리는 편이 낫지 않을까?

\*어찌 보면 '채취'는 최악을 피하는 관찮은 전략일 수 있다. 상대가 '사냥'을 선택하더라도 4라는 비교적 높은 보수를 확보할 수 있다. 상대가 '채취'를 선택하면 최소한 2라도 챙길 수 있다.

즉 내가 (사냥, 사냥)을 노리는 것에 얼마만큼의 '위험'이 따르는지, 또 (채취, 채취)를 노리는 것에 얼마만큼의 '위험'이 따르는지 비교해 보아야 한다. 위험우위라는 개념은 이러한 문제를 다룬다.

이제 (사냥, 사냥) 노림과 (채취, 채취) 노림의 각각에 어떤 위험이 있는지 살펴보자. 각 내쉬균형의 위험인자(risk factor)를 계산하여 비교하고, 위험인자가 작은 균형이 위험우위(risk dominance)를 가진다고 한다.

다음의 설명에서 밝혀지는 바와 같이 (채취, 채취)균형이 (사냥, 사냥)균형에 비해 위험우위를 가진다.

이 게임에서 보듯이 보수우위와 위험우위는 함께 가지 않을 수 있다.

## 다음 내쉬균형의 위험인자는? & 위험우위 균형전략은?

	사냥	채취
사냥	5, 5	0, 4
채취	4, 0	2, 2

먼저 (사냥, 사냥)의 위험인자를 구해보자.

상대방(경기자2)이 사냥을 선택할 확률을  $p$ , 채취를 선택할 확률은  $(1-p)$ 라 하자. 이런 상황에서 내(경기자1)가 사냥을 선택할 때 기대 보수와 채취를 선택할 때의 기대보수를 각각 구해본다.

$\text{Payoff}(\text{사냥}) = 5p + 0(1-p) = 5p$ ,  $\text{Payoff}(\text{채취}) = 4p + 2(1-p) = 2 + 2p$ . 만약  $5p > 2 + 2p$  (즉  $p > 2/3$ )이면 사냥을 선택하는 것이 낫다.  $p$ 가 클수록 사냥을 선택하는 것이 더욱 유리해진다. 그래서 사냥을 선택하는 것이 합리적 행위가 될 최소한의  $p$ 는  $2/3$ 이다.  $2/3$ 이 바로 내(경기자1)가 사냥을 선택할 기준이 된다. 이것이 (사냥, 사냥)균형을 노릴 때의 위험인자(risk factor)이다. 위험인자는 작으면 작을수록 '사냥'이라는 선택을 자신 있게 할 수 있다. [예를 들어 위험인자가 0.01이라는 것은 상대방이 사냥을 선택할 확률이 1% 보다 크기만 하면 나도 자신 있게 사냥을 선택할 수 있다는 의미이다. 위험이 1%밖에 안 되는 셈이다]

이제 (채취, 채취)의 위험인자를 계산해 보자. 상대방(경기자2)이 채취를 선택할 확률을  $p$ , 사냥을 선택할 확률을  $(1-p)$ 라 하자. 이런 상황에서 내(경기자1)가 채취를 선택할 때의 기대보수와 사냥을 선택할 때의 기대보수를 각각 구해보자.

$\text{Payoff}(\text{채취}) = 4(1-p) + 2p = 4 - 2p$ ,  $\text{Payoff}(\text{사냥}) = 5(1-p) + 0p = 5 - 5p$ . 만약  $4 - 2p > 5 - 5p$  (곧  $p > 1/3$ ) 이면 채취를 선택하는 편이 낫다.  $p$ 가 클수록(즉 상대방이 채취를 선택할 가능성이 높을수록) 나도 채취를 선택하는 것이 합리적이다. 그래서 채취를 선택할 최소한의  $p$ 는  $1/3$ 이다.  $1/3$ 이 바로 내(경기자1)이 채취를 선택하는데 따르는 위험인자(risk factor)이다.

두 균형의 위험을 비교해 보자. (사냥, 사냥)을 노리는데 따르는 위험인자는  $2/3$ 이고, (채취, 채취)를 노리는데 따르는 위험인자는  $1/3$ 이다. 따라서 (채취, 채취)균형이 (사냥, 사냥)균형에 비해 위험우위에 있다.

	사냥	채취
사냥	5, 5	0, 4
채취	4, 0	2, 2

(사냥, 사냥): 보수우위

(채취, 채취): 위험우위

보수우위 기준에 의한 판정과 위험우위 기준에 의한 판정이 서로 다르다.

이 경우 어떤 내쉬균형이 실제로 발생할지 당신은 어떻게 생각하는가?



<연습> 다음 사냥게임에서 모든 내쉬균형을 구하고 보수우위와 위험우위를 분석하여 어떤 균형이 발생할 것인지 판단하라

	사슴	토끼
사슴	3, 3	0, 1
토끼	1, 0	1, 1

(사슴, 사슴)의 위험인자는  $1/3$

(토끼, 토끼)의 위험인자는  $2/3$

따라서 (사슴, 사슴)이 (토끼, 토끼)에 비해 위험우위를 가지고 있다.

이 게임에서는 (사슴, 사슴)이 (토끼, 토끼)에 비해 보수우위와 위험우위 모두 가지고 있다.

<연습> 다음 사냥게임에서 모든 내쉬균형을 구하고 보수우위와 위험우위를 분석하여 어떤 균형이 발생할 것인지 판단하라

	사슴	토끼
사슴	1.5, 1.5	0, 1
토끼	1, 0	1, 1

(사슴, 사슴)의 위험인자는  $2/3$

(토끼, 토끼)의 위험인자는  $1/3$

따라서 (토끼, 토끼)균형이 (사슴, 사슴)에 비해 위험우위를 가지고 있다.

(사슴, 사슴)이 보수우위에 있으나 (토끼, 토끼)는 위험우위에 있다.

다음 게임에서 (사슴, 사슴)이 위험우위를 가질 조건은?

		사냥꾼 을		$V > 1$	두 개의 내쉬균형 (사슴, 사슴), (토끼, 토끼)
		사슴	토끼		
사냥꾼 갑	사슴	$V, V$	$0, 1$		
	토끼	$1, 0$	$1, 1$		

(사슴, 사슴)의 위험인자를 구해보자. 상대방이 사슴을 선택할 확률을  $p$ , 토끼를 선택할 확률을  $1-p$ 라 하자.  $\text{Payoff}(\text{사슴}) = Vp + 0(1-p) = Vp$ ,  $\text{Payoff}(\text{토끼}) = 1p + 1(1-p) = 1$   
따라서 사슴 선택의 위험인자는  $1/V$

(토끼, 토끼)의 위험인자를 구해보자. 상대방이 토끼를 선택할 확률을  $p$ , 사슴을 선택할 확률을  $1-p$ 라 하자.  $\text{Payoff}(\text{토끼}) = 1(1-p) + 1p = 1$ ,  $\text{Payoff}(\text{사슴}) = V(1-p) + 0p = V - Vp$   
따라서 토끼 선택의 위험인자는  $(V-1)/V$

(사슴, 사슴)이 위험우위를 가지려면 (토끼, 토끼)보다 위험인자가 작아야 한다.  
 $1/V < (V-1)/V$ , 즉  $V > 2$

그러므로  $V > 2$  이면 (사슴, 사슴)은 (토끼, 토끼)에 비해 위험우위를 가진다

	사슴	토끼
사슴	$V, V$	$0, 1$
토끼	$1, 0$	$1, 1$

$V > 1$  이면 (사슴, 사슴)균형이 (토끼, 토끼)균형보다 보수우위

$V > 2$  이면 (사슴, 사슴)균형이 (토끼, 토끼)균형보다 위험우위

$1 < V < 2$  이면 (사슴, 사슴)균형이 (토끼, 토끼)균형보다 보수우위이지만, 위험열위

$1 < V < 2$  상황에서는 어떤 내쉬균형을 노려야 하나??

커뮤니케이션, 정보교환, 문화, 역사(과거의 행적), 지도자의 역할....

## Harsanyi & Selten (1988)의 정리

	H	G
H	A, a	C, b
G	B, c	D, d

(H, H), (G, G)가 내쉬균형이라 하자

(G, G) risk dominates (H, H) if  $(C-D)(c-d) > (B-A)(b-a)$

즉 (G, G)균형에서 벗어난 선택을 할 때 발생하는 두 경기자의 손실  
곱이 (H, H)균형에서 벗어난 선택을 할 때 발생하는 두 경기자의  
손실 곱 보다 크면 (G, G)는 (H, H)에 비해 위험우위에 있다

# Trembling Hand Perfect Equilibrium 손떨림완전내쉬균형

Nash균형은 경기자의 선택에 **의도하지 않은 실수가 없다**는 가정하에 성립한다. T.H.P균형은 어떤 내쉬균형을 노리고 선택을 할 때 의도치 않게 실수할 가능성을 고려한 전략균형이다. Nash균형의 Refinement.

T.H.P균형은 경기자들이 상대방의 (손떨림에 의한)실수를 감안하더라도 안전한 선택 전략으로 구성

	L	R
U	1, 1	2, 0
D	0, 2	2, 2

내쉬균형: (U, L), (D, R)

T.H.P균형: (U, L)

\*참고: (U, L)은 (D, R)에 비해 위험우위 (체크해 보라!)

## <앞 게임의 T.H.P균형 해>

		을	
		L	R
갑	U	1, 1	2, 0
	D	0, 2	2, 2

(U, L)이 T.H.P인지 체크해 보자.

내쉬균형에서 갑은 U를 노리고, 을은 L을 노린다. 이때 을이 실수할 가능성을 염두에 두고 갑은 U, D중 무엇을 선택하는 것이 유리한지 고민한다.

을이 L을 선택할 확률을  $(1-e)$ , R을 선택할 확률을  $e$ 라 하자.  $e$ 는 매우 작은 양의 숫자이고 '실수'확률이다.

이러한 상황에서 대안선택에 따른 갑의 기대보수는 다음과 같다.

$$\text{Payoff}(U)=1(1-e)+2e=1+e$$

$$\text{Payoff}(D)=0(1-e)+2e=2e$$

따라서 상대방의 실수가능성( $e$ )를 감안하여 갑은 U를 선택하도록 최선을 다한다(자신도 실수할 수 있으므로)

논리를 을에게도 적용할 수 있다. 물론 (U, L)을 노린다.

을이 생각하기에 갑이 실수하여 U를 선택하지 않을 수 있기 때문에, 갑이 U를 선택할 확률을  $(1-e)$ , 실수로 D를 선택할 확률을  $e$ 라 생각한다.  $e$ 는 매우 작은 양의 숫자. 선택대안에 따른 을의 기대보수는 다음과 같다.

$$\text{Payoff}(L)=1(1-e)+2e=1+e$$

$$\text{Payoff}(R)=0(1-e)+2e=2e$$

따라서 상대방의 실수가능성( $e$ )를 감안하여 을은 L을 선택하도록 최선을 다한다(자신도 실수할 수 있으므로)

두 사람 모두 상대방의 실수를 감안하더라도 (U, L)선택을 하는 것이 기대 보수를 최대화하는 것이다.

		을	
		L	R
갑	U	1, 1	2, 0
	D	0, 2	2, 2

(D, R)이 T.H.P인지 체크해 보자.

내쉬균형에서 갑은 D를 노리고, 을은 R을 노린다. 이때 을이 실수할 가능성을 염두에 두고 갑은 U, D중 무엇을 선택하는 것이 유리한지 고민한다.

을이 실수로 L을 선택할 확률을  $e$ , R을 선택할 확률을  $(1-e)$ 라 하자.  $e$ 는 매우 작은 양의 숫자이고 '실수'확률이다.

이러한 상황에서 대안선택에 따른 갑의 기대보수는 다음과 같다.

$$\text{Payoff}(U)=1(e)+2(1-e)=2-e$$

$$\text{Payoff}(D)=0(e)+2(1-e)=2-2e$$

따라서 상대방의 실수가능성( $e$ )를 감안하여 갑은 D가 아닌 U를 선택한다. 즉 애초에는 D를 선택하여 (D, R)을 노리겠다고 마음 먹지만, 상대방의 실수를 감안하면 선택을 바꾸는 것이 유리하다.

한 경기자라도 내쉬균형전략을 따르지 않는 것이 유리하다면 그 내쉬균형은 T.H.P균형이 아니다.

다음 게임의 내쉬균형, T.H.P 균형을 구하라

갑		을		
		A	B	C
	A	0, 0	0, 0	0, 0
	B	0, 0	1, 1	2, 0
	C	0, 0	0, 2	2, 2

내쉬균형 (A, A), (B, B), (C, C)

T.H.P. 균형 (B, B)



## <앞 게임의 T.H.P균형 해>

갑		A	B	C
	A	0, 0	0, 0	0, 0
	B	0, 0	1, 1	2, 0
	C	0, 0	0, 2	2, 2

(C, C)가 T.H.P인지 체크해 보자.

내쉬균형에서 갑과 을 모두 C를 노린다. 이때 을이 실수할 가능성을 염두에 두고 갑은 A, B, C중 어떤 선택이 유리할지 고민한다.

을이 C를 선택할 확률을  $(1-e-m)$ , A를 선택할 확률을  $e$ , B를 선택할 확률을  $m$ 이라 하자.  $e, m$ 은 모두 매우 작은 양의 숫자이고 '실수'확률이다.

이러한 상황에서 대안선택에 따른 갑의 기대보수는 다음과 같다.

$$\text{Payoff}(A)=0$$

$$\text{Payoff}(B)=0(e)+1(m)+2(1-e-m)=2-2e-m$$

$$\text{Payoff}(C)=0(e)+0(m)+2(1-e-m)=2-2e-2m$$

따라서 상대방의 실수가능성( $e, m$ )을 감안하여 갑은 B를 선택하고자 한다. 즉 애초에는 C를 선택하여 (C, C)를 노리겠다고 마음 먹지만, 상대방의 실수를 감안하면 선택을 바꾸는 것이 유리하다.

따라서 (C, C)는 T.H.P균형이 아니다

(B, B)가 T.H.P인지 체크해 보자.

내쉬균형에서 갑과 을 모두 B를 노린다. 이때 을이 실수할 가능성을 염두에 두고 갑은 A, B, C중 어떤 선택이 유리할지 고민한다.

을이 B를 선택할 확률을  $(1-e-m)$ , A를 선택할 확률을  $e$ , C를 선택할 확률을  $m$ 이라 하자.  $e, m$ 은 모두 매우 작은 양의 숫자이고 '실수'확률이다.

이러한 상황에서 대안선택에 따른 갑의 기대보수는 다음과 같다.

$$\text{Payoff}(A)=0$$

$$\text{Payoff}(B)=0(e)+1(1-e-m)+2(m)=1-e+m$$

$$\text{Payoff}(C)=0(e)+0(1-e-m)+2(m)=2m$$

따라서 상대방의 실수가능성( $e, m$ )을 감안하여 갑은 B를 선택하고자 한다.

대칭이므로 똑 같은 셈법이 을에게도 적용된다. 즉 을도 상대방의 실수를 감안하더라도 애초에 선택하고자 했던 B를 고수한다.

따라서 (B, B)는 T.H.P균형이다

같은 방법으로 체크해 보면 (A, A)는 T.H.P균형이 아니다

(B,B)와 (C,C) 내쉬균형 중 위험우위를 가진 균형은?

	A	B	C
A	0, 0	0, 0	0, 0
B	0, 0	1, 1	2, 0
C	0, 0	0, 2	2, 2

⇒

		B	C
B		1, 1	2, 0
C		0, 2	2, 2

(B, B)가 (C, C)에 비해 위험우위를 가진다 (직접 확인해 보라!!)

(C, C)를 노리는 것은 위험이 높다. 나처럼 상대방도 C를 선택해 주면 2를 얻겠지만, 상대방이 꼭 그런 선택을 하리라고 확신하기 어렵다. 내가 C를 선택할 때 상대방은 B를 선택하더라도 손해 볼 일은 없다 (여전히 상대방은 2를 얻는다). 더욱이, 상대방은 B를 선택하는 것이 오히려 더 안전하다고 생각할 수 있다. 상대방은 혹시 내가 (B, B)를 노려 B를 선택하지 않을까 의심할 수 있다. 만약 내가 B를 선택한다면 상대방은 C보다 B를 노리는 것이 낫다(내가 B를 선택하고 상대방이 C를 선택하면 상대방의 보수는 0이다). 이런 이유로 상대방은 B를 선택하는 것이 안전하다고 생각할 수 있다. 마찬가지로 나도 (B, B)를 노리는 것이 더 안전하다.

# Nash균형 개념의 응용

## 용의자의 딜레마 (Prisoners' Dilemma)

		을	
		자백	부인
갑	자백	-3, -3	0, -6
	부인	-6, 0	-1, -1

## 용의자의 딜레마 (Prisoners' Dilemma)

왜 WTO와 같은 국제 조약이 필요한가?

		중국	
		보호무역	자유무역
미국	보호무역	-3, -3	10, -5
	자유무역	-5, 10	5, 5

## 용의자의 딜레마 (Prisoners' Dilemma)

동네 골목 가로등은 왜 설치가 안 되나?

다른 주민들

나

	설치에 찬성	설치에 반대
설치에 찬성	100, 100	-50, 200
설치에 반대	200, -50	0, 0

## Public Goods Game 공공재 게임

20달러씩 받은 네 사람의 경기자는 각자 얼마를 공동기금에 기부할지 결정한다. 공동기금에 얼마를 기부하든, 혹은 전혀 기부하지 않든 개인의 자유에 맡긴다.

공동기금이 모아지면 2를 곱한 금액을 네 사람에게 균등하게 배분한다(기부를 하지 않은 사람도 포함)

- 합리적인 사람이라면 얼마를 기부할 것인가?
- 우월전략은 무엇인가?
- 내쉬균형전략은 무엇인가?

개인의 우월전략은 다른 사람이 기부를 얼마를 하든 자신은 기부를 하지 않는 것이다.

-다른 사람은 기부를 할 것이라는 예상을 한다고 하자. 이때 당신은 1달러라도 기부를 하는 것이 유리한가, 아니면 하나도 하지 않는 것이 유리한가? 내가 1달러를 기부한다면 내가 기부한 금액은 2배로 불어나 2달러가 될 것이나, 4명에게 균등 배분될 것이므로 나에게 0.5달러 밖에 돌아오지 않는다. 즉 1달러 내고 0.5달러 돌려 받으므로 기부를 아예 않는 것이 유리하다

-다른 사람은 기부를 안 할 것이라는 예상을 한다고 하자. 이때 당신도 기부를 안 하는 것이 유리하다

-위 두 경우를 종합하면, 당신의 우월전략은 기부에 참여를 하지 않는 것이다

-모든 사람이 당신과 같이 생각할 것이므로 누구도 기부에 참여하지 않는다

위의 우월전략균형은 내쉬균형전략균형이기도 하다

-기부에 참여하지 않는다는 다른 사람들의 선택을 알게 되었다 하더라도 자신의 선택(기부에 참여하지 않겠다는 선택)에 후회가 없다



## 실험 결과

많은 경우에서 사람들은 약간의 금액은 기부하는 것으로 나타났다

기부에 영향을 미친 요인

- 기부금액의 승수(multiplication rate)가 얼마인가?
- 서로 잘 알고 있다. 서로 가치를 공유하고 있다
- 상호비난, 감시가 얼마나 용이한가. 사회적 규범(Social Norm)의 문제

## 용의자의 딜레마 (Prisoners' Dilemma)

왜 공동 프로젝트는 잘 안 되나?

		을	
갑		게으름	열심히
	게으름	3, 3	8, 2
	열심히	2, 8	5, 5

왜 뇌물은 잘 없어지지 않는가?

을

갑

	뇌물 준다	안 준다
뇌물 준다	10, 10	20, 5
안 준다	5, 20	15, 15

전략적 무역정책 – 정부개입으로 게임의 판을 바꾼다!

		에어버스(유럽)	
보잉(미국)		생산	생산 않음
	생산	-5, -5	100, 0
	생산 않음	0, 100	0, 0

정부개입이 없을 때 내쉬균형은?

생산에 10의 보조금을 준다면?

## 좋은 내쉬균형 vs 나쁜 내쉬균형

을

갑

	L	M	R
U	1, 1	5, 0	0, 0
M	0, 5	4, 4	0, 0
D	0, 0	0, 0	3, 3

- 모든 내쉬균형을 찾으시오
- 나쁜 균형에서 좋은 균형으로 이동하기 어려운 이유는?
- 나쁜 균형에서 좋은 균형으로 이동하려면 무엇이 필요한가?

가난한 나라는 왜 가난한가?

가난한 나라는 왜 빈곤탈출이 그렇게 어려운가?

-국민들이 멍청해서?

-나쁜 균형

잘 사는 나라는 왜 잘 사는가?

잘 사는 나라는 왜 추락을 잘 하지 않는가?

-국민들이 똑똑해서?

-좋은 균형

## 꾸르노(Cournot) 게임

동일한 품질의 생수를 생산하는 두 기업(복점시장).

시장수요함수  $P(Q) = a - Q$  (생수의 시장가격  $P$ , 시장에 공급되는 생수의 량  $Q$ , 생수의 최대 가격  $a$ )

$$Q = q_1 + q_2$$

생수생산의 한계 비용은  $c$ 로 동일, 고정비용은 없다 가정

내쉬균형에서의 각 회사의 생산량, 시장의 전체 공급량, 이윤?

사회적 최적 해에서의 개별 생산량, 시장 전체 공급량, 이윤?

내쉬균형과 사회적 최적 해의 비교?

<수치 예>

$a=100$ ,  $c=40$  인 경우